

Józef H. Przytycki

Series of talks for PhD students, Poznan, May, 2015

Adventures of Knot Theorist: From Fox 3-colorings to Yang-Baxter homology with the Jones polynomial and the Khovanov homology in a background.

Przygody badacza węzł—'ow: od 3-kolorowania Foxa do homologii operatora Yanga-Baxtera z wielomianem Jonesa i homologiami Khovanova w tle.

Streszczenie

Przez ostatnie pięć lat zajmuję się szukaniem związków pomiędzy homologiami dystrybucyjnymi (w tym wrakowymi i kwadlowymi) a homologiami Khovanova (klasycznymi i nieparzystymi/niestandardowymi). Związek ten widzę, lub raczej przewiduję, poprzez homologie operatorów Yanga-Baxtera, a motywacja pochodzi z teorii węzłów.

Bardziej precyzyjnie, droga jaką widzę jest następująca:

Homologie Khovanova są kategoryfikacją wielomianu Jonesa. Z kolei wielomian Jonesa może być otrzymany używając specyficznego operatora Yanga-Baxtera. Od 2010 roku rozwijam teorię która pozwala zdefiniować homologie dla każdej dystrubutywnej struktury. Motywowany teorią węzłów znalazłem geometryczną wizualizację tych homologii. To z kolei pozwala definiować homologie dla dowolnego operatora Yanga-Baxtera. Szukanie związków pomiędzy tymi homologiami a homologiami Khovanova jest jednym z celów mojego wykładu.

Nie zakładam, głębokiej znajomości teorii węzłów czy algebry homologicznej. Zacznę od podstaw, od 3-kolorowania Foxa, ruchów Reidemeistera i wielomianu Jonesa z jednej strony, i od kompleksów łańcuchowych, homotopii łańcuchowej i zbiorów (pre)symplicjalnych ze strony algebry homologicznej. Na wykładach napotkamy wiele otwartych problemów, które mogą stać się dziedziną badań słuchaczy.

Abstract

The last five years I am working on relations between distributive homology (e.g. rack and quandle homology) and Khovanov homology (classical and odd). I see, or rather predict, connections via homology of Yang-Baxter operators, and motivation comes from Knot Theory.

More technically the path I plan to take is as follows: Khovanov homology is the categorification of the Jones polynomial. Jones polynomial can be obtained using the specific Yang-Baxter operator. Yang-Baxter operator generalizes (in a dramatic way) distributivity. I have recently constructed homology of distributive structures and proposed homology of general Yang-Baxter operators. Knot theory should provide links how these two theories are related. I noted a striking visualization of the distributive homology which allows to define homology of any Yang-Baxter operator. Searching for links between these homology and Khovanov homology is one of the goals of these lectures.

I do not assume a deep knowledge neither of knot theory nor homological algebra. We start from the basis, from Fox 3-coloring, Reidemeister moves, and Jones polynomial from one hand, and chain complexes, (pre)simplicial sets and chain homotopy from the homological algebra side. We should see, at my lectures, many open problems, which may become research problems for participants.